

## Matematyka MAT1437

Semestr letni 2023/2024

### Lista 4 (Transformata Laplace'a)

1. Wyznaczyć funkcje ciągłe, których transformaty Laplace'a mają następującą postać:

(a)  $\frac{1}{s^2-4s+3}$ ,

(b)  $\frac{s}{s^2-6s+5}$ ,

(c)  $\frac{s}{s^2+4s+5}$ ,

(d)  $\frac{s+9}{s^2+6s+13}$ ,

(e)  $\frac{2s+3}{s^3+4s^2+5s}$ .

2. Metodą operatorową rozwiązać zagadnienia początkowe dla równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach:

(a)  $y' - 2y = \sin t$ ,  $y(0) = 0$ ,

(b)  $y'' + 3y' = e^{-3t}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ ,

(c)  $y'' - 2y' + 2y = \sin t$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ,

(d)  $y'' - 2y' + y = 1 + t$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,

(e)  $y'' + 4y' + 4y = t^2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,

(f)  $y'' + 4y' + 13y = te^{-t}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 2$ .

3. Metodą operatorową rozwiązać zagadnienia początkowe dla układów równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach:

(a)  $\begin{cases} x' = -y \\ y' = -x \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = -1 \end{cases}$ ,

(b)  $\begin{cases} x' = -y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ,

(c)  $\begin{cases} x' = -2y + 3t \\ y' = 2x + 4 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = -1 \end{cases}$ ,

(d)  $\begin{cases} x' - y' = -\sin t \\ x' + y' = \cos t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x(0) = \frac{1}{2} \\ y(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$ .